

О Т З Ы В

Официального оппонента на диссертацию Аветисян Мане Ервандовны «Универсальность Вожеля и ее приложения», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 - «теоретическая физика».

Диссертация Мане Аветисян представляет результаты семи работ, опубликованных автором в последние годы и посвященных различным аспектам так называемой универсальности Вожеля и ее применениям в теории Черна-Саймонса. Универсальность Вожеля – это относительно новый подход в теории простых алгебр Ли, созданный в работах Вожеля, Делиня и др. и основанный на связи алгебр Ли и конечных инвариантов Васильева в теории узлов, которые, собственно, и были предметом изучения Вожеля. В самом простом, практическом представлении универсальность - это новая «универсальная» параметризация (таблица Вожеля) простых алгебр Ли точками на проективной плоскости. Различные алгебры соответствуют различным точкам. Чудесное и не полностью понятое свойство этой параметризации -- это то, что все простые алгебры Ли лежат на нескольких прямых, в частности, все исключительные алгебры находятся на одной прямой (Делиня). Важный для физики аспект этой параметризации состоит в том, что в некоторых случаях физические величины – наблюдаемые (например, вильсоновские средние) – выражаются аналитическими функциями однородных координат проективной плоскости Вожеля.

Работы М.Аветисян развивают данный подход как в теории простых алгебр Ли, так и в их применениях.

Диссертация состоит из шести глав, первая – Введение, последняя – Заключение, четырех глав, со второй по пятую, в которых представлены новые результаты автора, а также списка литературы.

Введение содержит изложение основ универсальности, краткий обзор текущей ситуации, и список результатов и работ, выдвигаемых на защиту.

Во второй главе были предложены новые универсальные формулы для квантовых размерностей серий неприводимых представлений простых алгебр Ли. Серии представляют собой картановские произведения произвольных степеней присоединенного представления и представления X_2 (последнее появляется при разложении антисимметричного квадрата присоединенного представления). Удивительным свойством универсальных формул является то, что при перестановке параметров они снова дают ответы для квантовых размерностей, но уже других представлений той же алгебры. Для

представленных во второй главе формул это свойство также выполняется, и автором были выведены старшие веса соответствующих представлений в стабильном пределе. Также в этой главе выведены (доказаны) универсальные формулы для значений квадратичного оператора Казимира на указанных представлениях.

В главе 3 были рассмотрены сингулярности универсальных формул для (квантовых) размерностей. Дано определение так называемой линейной разрешимости универсальных формул. Это свойство означает, что при ограничении формулы на прямую, проходящую через сингулярную точку, функция принимает конечное значение. При этом прямая выбирается соответствующей алгебре Ли в этой точке. Это свойство позволяет универсальной функции в сингулярной точке приписать два значения, что необходимо в случае некоторых алгебр (например, $SO(8)$), принадлежащих сразу двум прямым из таблицы Вожеля. Основным результатом главы 3 является доказательство того, что все известные формулы для квантовой размерности обладают свойством линейной разрешимости. Автором также была выдвинута и проверена в частных случаях гипотеза о том, что так полученные значения универсальных квантовых размерностей соответствуют таковым для некоторых неприводимых представлений.

В главе 4 была рассмотрена проблема единственности универсальных формул. Одним из результатов этой главы является визуализация универсальных формул в виде набора прямых на проективной плоскости, раскрашенных в два цвета. Эта визуализация привела к открытию связи проблемы единственности с теорией конфигураций точек и прямых. Последняя известна с 4 в н.э. и оказывается, что уже известная с тех времен конфигурация Паппа дает так называемый множитель неединственности в определенном частном случае. В более общем случае найдено общее выражение для множителя неединственности на основе конфигурации вида $(16_3 12_4)$. Полностью симметричный фактор неединственности отвечает пока неизвестной конфигурации $(144_3 36_{12})$.

В главе 5 была рассмотрена актуальная задача о статсумме рафинированной теории Черна-Саймонса на трехмерной сфере для произвольных калибровочных групп. Ранее известное универсальное выражение для статсуммы нерафинированной теории Черна-Саймонса было обобщено на рафинированный случай. Это стало возможно благодаря обобщению тождества Каца-Петерсона (для детерминанта симметризованной матрицы Картана) на рафинированный случай. Полученная формула обобщает ранее известные выражения, в частности, она дает единое описание статсуммы для всех simply-laced (однониточных, ADE) алгебр. Это открыло дорогу для изучения дуальности рафинированных теорий Черна-Саймонса с

произвольными калибровочными группами топологическим струнам, что до сих пор было сделано только для алгебр типа A и D .

В Заключении автором были подведены итоги достигнутого в предыдущих главах и перечислены возможные направления развития результатов диссертации.

Говоря в общем, диссертация является цельным исследованием различных аспектов универсальности в теории алгебр Ли и калибровочных теорий Черна-Саймонса. Диссертация написана на высоком уровне, результаты представляют интерес для многих областей, связанных с применениями простых алгебр Ли. Для теории калибровочных полей и теории узлов она открывает новые возможности и ставит новые задачи. Наиболее важным направлением является расширение дуальности на все простые калибровочные группы.

Незначительным недостатком диссертации является некоторая небрежность в оформлении формул, из-за чего их часто трудно читать: формулы часто необязательным образом разбиваются на несколько строк (и каждая строка нумеруется отдельно). Особенно это относится к пятой главе диссертации (типичный пример – формула (5.13)-(5.15)). Кроме того, кажется несколько небрежным использование обозначения dim в параграфе 5.3 без явного указания алгебры, размерность которой имеется в виду, – например, $dim X$ в формуле (5.20) было бы аккуратнее.

Указанные недостатки, тем не менее, никоим образом не снижают общий исключительно высокий уровень диссертации.

Основные результаты опубликованы в ведущих международных журналах и докладывались на международных конференциях.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертация «Универсальность Вожеля и ее приложения» удовлетворяет всем требованиям ВАК для кандидатских диссертаций, а ее автор несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – "теоретическая физика".

Официальный оппонент, д.ф.-м.н,
ведущий научный сотрудник ФИАН им. Лебедева
А.Д. Миронов

Подпись

Дата 20.06.2022



Помощник
директора

Савинов С.Ю.