Կարծիք

Ա 01.01-"Մաթեմատիկական անալիզ" մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման համար ներկայացված Անի Լևոնի Խաչատրյանի *"Միակության և վերականգնման հարցեր օրթոգոնալ սպլայն համակարգերի համար"* ատենախոսության վերաբերյալ:

Ատենախոսությունում քննարկվում են սպլայն համակարգերի համար միակության հարցեր: Հայտնի է, որ եռանկյունաչափական շարքի համար համարյա ամենուրեք 0-ի զուգամիտությունը բավարար չէ Ֆուրիեի շարք լինելու համար: Դեռևս 1916թ.-ին Դ. Ե. Մենշովը կառուցել է զրո-շարք ըստ եռանկյունաչափական համակարգի, այսինքն համարյա ամենուրեք զրոյի զուգամիտող շարք, որի ոչ բոլոր գործակիցներն են հավասար զրոյի: Հետագայում այդպիսի շարքեր կառուցվել են նաև այլ օրթոգոնալ համակարգերի այդ թվում Հաարի, Ուոլշի, Վիլենկինի և Ֆրանկլինի համակարգերի համար: Ավելին, հայտնի է Ա. Թալալյանի (1969թ.) արդյունքը, համաձայն որի զրո-շարքով օժտված է ներկայացման համակարգ հանդիսացող կամայական օրթոգոնալ համակարգ: Ուստի, համարյա ամենուրեք զուգամիտության պայմանով օրթոգոնալ շարքերի միակության խնդրում, անհրաժեշտ է լրացուցիչ պայման: Համարյա ամենուրեք զուգամետ եռանկյունաչափական շարքերի համար միակության առաջին արդյունքները ստացվել են Ա. Ալեքսանդրովի և Գ. Գևորգյանի աշխատանքներում, որտեղ գործակիցների համար ստացվել են Ֆուրիեի տիպի բանաձևեր A-ինտեգրալի միջոցով: Այնուհետև Գ. Գևորգյանի, Վ. Կոստինի, Կ. Քեռյանի, Մ. Պողոսյանի և այլ մաթեմատիկների կողմից ստացվել են բազմաթիվ արդյունքներ Հաարի, Վիլենկինի և Ֆրանկլինի միապատիկ և բազմապատիկ համակարգերի համար:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից և երեք գլուխներից: Առաջին գլխում Խաչատրյանը ապացուցել է, որ, եթե $\{h_n(x)\}$-ը որոշակի պայմանների բավարարող կտոր առ կտոր հաստատուն ֆունկցիաների այնպիսի հաջորդականություն է, որ $h_1(x) \le h_2(x) \le \ldots \le h_n(x) \le \ldots$ և $\lim_{n\to\infty} h_n(x) = +\infty$, իսկ $\{q_k\}$-ն բնական թվերի աճող հաջորդականություն է, որի համար q_{k+1}/q_k հարաբերությունը սահմանափակ է, ապա, եթե ըստ Ֆրանկլինի դասական համակարգի $\sum_{n=0}^{\infty} a_n f_n(x)$ շարքի q_k համարներով $S_{q_k}(x)$

մասնակի գումարները ըստ չափի զուգամիտում են ինչ-որ f ֆունկցիայի և

$$\lim_{m\to\infty}\int_{E_m} h_m(x)dx = 0,$$

ապա ցանկացած n-ի համար

$$a_n = \lim_{m\to\infty}\int_0^1 [f(x)]_{h_m(x)} f_n(x)dx,$$

որտեղ $E_m = \{x:\ \sup_k |S_{q_k}(x)| > h_m(x)\}$, իսկ $[f(x)]_{h(x)} = f(x)\cdot 1_{\{x: f(x)\le h(x)\}}(x)$:

Նշենք, որ այս արդյունքը հանդիսանում է Կ. Քեռյանի մի արդյունքի ընդհանրացում, որտեղ դիտարկվել էր $q_m = 2^m$ դեպքը:

Ատենախոսության երկրորդ մասը նվիրված է Չիեզելսկու բազմապատիկ համակարգերով միակության հարցերին: Ստացվել է հետևյալ արդյունքը: Եթե Չիեզելսկու k-րդ կարգի համակարգով $\sum_{\mathbf{n}} a_{\mathbf{n}} f_{\mathbf{n}}(\mathbf{x})$ բազմապատիկ շարքի 2^m համարներով $S_{2^m}(\mathbf{x})$ քառակուսային մասնակի գումարները ըստ չափի զուգամիտում են ինչ-որ f ֆունկցիայի և

$$\liminf_{\lambda\to\infty}\left(\lambda\cdot|\{\mathbf{x}:\ \sup_m |S_{2^m}(\mathbf{x})| > \lambda\}|\right) = 0,$$

ապա a_n գործակիցները կարելի է վերականգնել f-ի միջոցով:

Երրորդ գլխում դիտարկված են k-րդ կարգի սպլայն համակարգեր և ապացուցված է, որ, եթե բնական թվերի n_k հաջորդականությունն այնպիսին է, որ T տրոհումը բավարարում է որոշակի ռեգուլյարության պայմանների և T տրոհմանը համապատասխանող սպլայն համակարգով $\sum_n a_n f_n(x)$ շարքի $S_{n_k}(x)$ մասնակի գումարները ըստ չափի զուգամիտում են f ֆունկցիային ու որևէ $\lambda_p \to \infty$ հաջորդականության համար

$$\lim_{p\to\infty}\left(\lambda_p\cdot|\{x:\ \sup_k |S_{n_k}(x)| > \lambda_p\}|\right) = 0,$$

ապա շարքի գործակիցները վերականգնվում են հետևյալ բանաձևով.

$$a_n = \lim_{p\to\infty}\int_0^1 [f(x)]_{\lambda_p} f_n(x)dx : \tag{1}$$

Ավելին, ապացուցված է, որ նշված ռեգուլյարության պայմանները անհրաժեշտ են թեորեմի պնդման մեջ և կառուցված են շարքերի օրինակներ, որոնց համար առանց այդ պայմանների (1) բանաձևը սխալ է:

Ատենախոսության մեջ նկատված հետևյալ թերությունները ամենևին չեն ազդում նրա ընդհանուր որակի վրա.

1. էջ 10, տող 9+, $\sigma_1(x)$-ի փոխարեն պետք է լինի $\sigma_{2^i}(x)$,
2. էջ 17, (1.2.18)-ից առաջ արժեր գրել for any $n \geq v$,
3. էջ 25, 9+, $[a_d, b_d]$-ի փոխարեն պետք է լինի $[a_{d-1}, b_{d-1}]$,
4. էջ 26, 4+, a_{ij}-ի փոխարեն պետք է լինի $a_{ij}^{(n)}$,
5. էջ 29, (2.3.16), (2.3.17)-ում և շարունակության վրա i $\in I_n$-ի փոխարեն պետք է լինի i $\in I_n$,
6. էջ 29, (2.3.18)-ում գումարման պարամետրը պետք է լինի i-ից տարբեր,
7. էջ 32, (3.1.1)-ում գումարը սկսված է $(-k+1)$-ից, այնինչ սայլյան համակարգի համարակալումը սկսվում է $(-k+2)$-ից:

Անշուշտ այս դիտողությունները չեն կարող ազդել աշխատանքի գիտական արժեքի գնահատման վրա: Ա. Խաչատրյանի ատենախոսությունում ստացված բոլոր արդյունքները նոր են և շարադրված են բարձր մաթեմատիկական մակարդակով:

Ատենախոսության հիմնական արդյունքները հրատարակված են, իսկ սեղմագիրը համապատասխանում է ատենախոսության բովանդակությանը:

Կարծում եմ, որ ատենախոսությունը բավարարում է ՀՀ ԲՈԿ-ի կողմից Ա 01.01-"Մաթեմատիկական անալիզ" մասնագիտությամբ թեկնածուական ատենախոսություններին ներկայացվող պահանջներին, իսկ նրա հեղինակը՝ Անի Խաչատրյանը արժանի է ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

23 օգոստոսի 2023թ

Պաշտոնական ընդդիմախոս՝
ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր Կ. Նավասարդյան

Կ. Նավասարդյանի ստորագրությունը հաստատում եմ՝

ԵՊՀ գիտական քարտուղար Մ. Հովհաննիսյան