



«ՀԱՍՏԱՏՈՒՄ ԵՄ»  
 ՀԱՊՀ գիտության գծով  
 պրոռեկտոր, տ. գ. դ. , պրոֆեսոր  
 Ա. Խ. Գրիգորյան  
 13 դեկտեմբերի 2023թ.

**ԱՌԱՋԱՏԱՐ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒԹՅԱՆ ԿԱՐԾԻՔ**

Գարիկ Լևոնի Ադամյանի Ը.00.08 «Տնտեսության մաթեմատիկական մոդելավորում» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման համար «Մոդելների վրա հիմնված ժամանակային շարքերի կլաստերիզացիա» թեմայով աստենախոսության և սեղմագրի վերաբերյալ

**Աշխատանքի արդիականությունը:**

Ժամանակային շարքերի կլաստերիզացիայի խնդրի ուսումնասիրությունները ունեն պատմական արմատներ, որոնք սկիզբ են առնում 20-րդ դարի կեսերի վիճակագրական ուսումնասիրություններից: Տեղեկատվական տեխնոլոգիաների զարգացումը և հավաքագրվող տվյալների արագ աճը նպաստեց այս թեմայի նոր կիրառություններին և դրա ակտիվ ուսումնասիրության անհրաժեշտությանը:

Կլաստերիզացիան հանդիսանում է չդեկավարվող ուսուցման ուղղություն, և չի պահանջում տվյալների նախնական պիտակավորում, ինչի շնորհիվ ընդլայնում է դրա գործնական կիրառությունները: Ժամանակային շարքերի կլաստերիզացիան հիմնականում հանդիսանում է նախնական քայլ ավելի բարդ ուսումնասիրությունների համար, ինչպիսին են պորտֆելների կառուցումը, նման ժամանակային շարքերի հայտնաբերումը և այլն:

Մոդելների վրա հիմնված ժամանակային շարքերի կլաստերիզացիան ուսումնասիրում է ժամանակային շարքերի պարամետրիկ մոդելներով գեներացված հավաքածուների կլաստերիզացիայի խնդիրը: Մասնավորապես, այս մոտեցումը կիրառվում է ֆինանսական ժամանակային շարքերի կլաստերիզացիայի խնդրում, որտեղ նման պարամետրիկ մեթոդների կիրառությունը բավականին տարածված է:

Ժամանակային շարքերի մոդելների վրա հիմնված կլաստերիզացիան ունի հազեցած գրականություն, սակայն սահմանափակ են առաջարկվող մեթոդների

գուգամիտության հարցերը, ոչ պարամետրիկ մեթոդների հետ համեմատությունները, մեթոդների ասիմպտոտիկ հատկությունները, պարամետրիկ մեթոդների սահմանափակումները ուսումնասիրող աշխատանքները:

Հաշվի առնելով վերը նշված գործոնները մոդելների վրա հիմնված ժամանակային շարքերի կլաստերիզացիան հանդիսանում է կիրառական և արդիական ուսումնասիրությունների ոլորտ:

### **Աշխատանքի նպատակը:**

Ատենախոսությունն ուսումնասիրում է ժամանակային շարքերի հավաքածուների կլաստերիզացիայի հետ կապված մի քանի հարցեր: Մասնավորապես, այն ուսումնասիրում է ARMA(p,q), GARCH(p,q) և ARMA(p,q)-GARCH(p',q') և ARIMA(p,d,q) մոդելներով գեներացված հավաքածուների կլաստերիզացիայի ալգորիթմների ասիմպտոտիկ կայունությունը և դրանց կիրառությունները: Այս նպատակի համար առաջադրվել են հետևյալ խնդիրները

- ուսումնասիրել նշված մոդելների վրա սահմանված մետրիկաներ, սահմանել դրանց էմպիրիկ գնահատականները:
- ուսումնասիրել նշված գնահատականների ասիմպտոտիկ հատկությունները:
- ուսումնասիրել կլաստերիզացիայի ալգորիթմների ասիմպտոտիկ կայունությունը:
- համեմատել առաջարկվող մեթոդները ոչ պարամետրիկ մեթոդների հետ:
- գնահատել առաջարկվող մեթոդների կիրառելիությունը իրական տվյալների համար:

### **Գիտական նորույթը:**

Ատենախոսության հիմնական արդյունքներն ու նորույթը հետևյալն են՝

- Սահմանվել է մետրիկա ARMA-GARCH մոդելների համար: Սահմանվել են մետրիկաների էմպիրիկ գնահատականներ մի շարք ժամանակային շարքերի մոդելների համար, ներառյալ ARMA, GARCH, ARMA-GARCH մոդելների, և ցույց է տրվել դրանց ասիմպտոտիկ կայունությունը:
- Առաջադրվել է ասիմպտոտիկորեն կայուն կլաստերիզացիայի խնդիրը վերը նշված մոդելներով գեներացված ժամանակային շարքերի հավաքածուների համար: Այս խնդրում կլաստերիզացիայի կայուն ալգորիթմի գոյությունը ցույց է տրվել երկու

դեպքերի համար: Առաջին դեպքում, երբ կլաստերների հիմքում ընկած մոդելների կարգերը հայտնի են և հավասար են, ցույց է տրվել ալգորիթմ 1-ի ուժեղ ասիմպտոտիկորեն կայունությունը: Նույն ալգորիթմի ասիմպտոտիկորեն կայունությունը ցույց է տրվել նաև այն դեպքում, երբ տվյալների հիմքում ընկած մոդելների կարգերը հայտնի չեն, սակայն հայտնի են դրանց վերին սահմանները: Այս դեպքում, ապացուցվել է ալգորիթմ 1-ի թույլ կայունությունը:

- Օգտագործելով քննարկվող կլաստերիզացիայի ալգորիթմները առաջարկվել են արտարժույթի շուկայի կլաստերիզացիայի և դրանց դինամիկ համեմատության մեթոդներ:
- Էմպիրիկ մեթոդներով գնահատվել են մի քանի ոչ պարամետրիկ մեթոդների՝ GARCH պրոցեսներով գեներացված ժամանակային շարքերի տվյալների կլաստերիզացիայի ունակությունը: Ցույց է տրվել, որ այդ ալգորիթմները ընդհանուր առմամբ, ցույց չեն տալիս ասիմպտոտիկ կայունության ցանկալի հատկությունները: Նույն մեթոդներով, գնահատվել են թեզում առաջարկված մեթոդները, որոնք արդեն ցույց են տվել կլաստերիզացիայի ասիմպտոտիկորեն կայուն հատկանիշներ:
- Առաջարկվել է արտարժույթի շուկայի դինամիկ կլաստերիզացիայի և արտարժույթի շուկայի ուսումնասիրության մեթոդ: Ստացված կլաստերները արտացոլում են արտարժույթի շուկայի մի քանի կարևոր հատկություններ:

### **Ատենախոսության կարճ բովանդակությունը**

Ատենախոսությունը հանդիսանում է մեքենայական ուսուցման աշխատանքներին բնորոշ աշխատանք: Այն բաղկացած է տեսական և կիրառական մասերից: Մասնավորապես այն բաղկացած է ներածությունից, 4 գլխից, օգտագործված գրականության ցանկից և հավելվածից:

Ատենախոսության առաջին՝ “Time Series Models” գլխում սահմանվում են ARMA(p,q), GARCH(p,q) և ARMA(p,q)-GARCH(p',q') մոդելները և դրանց հետ առնչվող մի շարք հասկացություններ: Այս գլխում նաև քննարկվում են ժամանակային շարքերի մոդելներ և պարամետրերի գնահատականների ասիմպտոտիկորեն կայունության որոշ արդյունքներ:

Երկրորդ՝ “Time Series Clustering” գլխում քննարկվում են ժամանակային շարքերի կլաստերիզացիայի հիմնական մոտեցումները, կիրառությունները և կլաստերիզացիայի ալգորիթմների ճշգրտության գնահատման մեթոդները:

Ատենախոսության երրորդ՝ “Model-Based Asymptotically Consistent Clustering” գլխում ներկայացված են ատենախոսության հիմնական տեսական արդյունքները: Այս արդյունքները նվիրված են վերը նշված մոդելներով գեներացված ժամանակային շարքերի տվյալների ասիմպտոտիկորեն կայուն կլաստերիզացիայի ալգորիթմի ուսումնասիրությանը: Նշված խնդիրը ձևակերպված է բաժին 3.1-ում, ARMA պրոցեսների օրինակով: Ատենախոսության առանցքային մասն է, որը վճռորոշ դեր է խաղում առաջարկվող ժամանակային շարքերի կլաստերավորման մեթոդի տեսական հիմքերի հիմնավորման գործում:

Սահմանվել է հակադարձելի  $ARMA(p,q)$  պրոցեսների վրա գործող  $d_{PIC}$  մետրիկայի ասիմպտոտիկորեն կայուն գնահատական: Այս գնահատականի ասիմպտոտիկորեն կայունությունը ցույց է տրվել քննարկելով  $ARMA(p,q)$  պրոցեսների կարգերի հայտնի (այնդու 3.1.3) և անհայտ (այնդու 3.1.4) լինելու դեպքերը: Վերը նշված գնահատականները օգտագործվել են ալգորիթմ 1-ում սահմանված  $ARMA$  պրոցեսներով գեներացված ժամանակային շարքերի կլաստերիզացիայի մեթոդի ասիմպտոտիկորեն կայունությունը ցույց տալու համար: Քննարկվել են երկու դեպքեր: Առաջին դեպքում (թեորեմ 3.1.1), ալգորիթմ 1-ի ասիմպտոտիկորեն կայունությունը ցույց է տրվել ենթադրելով, որ տվյալների գեներացման հիմնական պրոցեսների կարգերը հայտնի են և նույնն են: Թեորեմ 3.1.2-ում ցույց է տրվել ալգորիթմ 1-ի ասիմպտոտիկորեն թույլ կայունությունը, այն դեպքում, երբ տվյալների գեներացման հիմնական պրոցեսների կարգերը անհայտ են: Հատկանշական է, որ նշված երկու դեպքերում էլ ալգորիթմ 1-ի ասիմպտոտիկորեն կայունությունը ցույց է տրվել միայն այն դեպքում, երբ հայտնի են իրական կլաստերների թիվը: Բաժին 3.2-ից 3.4-ում քննարկվում է թեորեմ 3.1.1-ի և թեորեմ 3.1.2-ի ընդհանրացումները պատահական պրոցեսների ավելի մեծ դասերի վրա, ինչպիսին են  $GARCH(p,q)$ -ն,  $ARMA(p,q)$ -ն,  $GARCH(p',q')$ -ն և  $ARIMA(p,d,q)$ -ն:

Ատենախոսության չորրորդ՝ “Numerical Experiments And Applications” գլխում ներկայացված են թեգում առաջարկվող մեթոդների թվային համեմատությունները և կիրառությունները: Բաժին 4.1-ում բերված է ժամանակային շարքերի

կլաստերիզացիայի ոչ պարամետրիկ մեթոդների համեմատությանը: Բաժին 4.2ը նվիրված է թեզում առաջարկվող ալգորիթմների և ոչ պարամետրիկ ալգորիթմների համեմատությանը թվային մեթոդներով: Այս բաժնում քննարկված փորձերը ցույց են տալիս, որ թեզում առաջարկվող մեթոդները գերազանցում են համեմատվող ոչ պարամետրիկ մեթոդներին քննարկված ժամակային շարքերի կլաստերիզացիայի և ասիմպտոտիկորեն կայուն կլաստերիզացիայի խնդիրներում

Բաժին 4.2ը քննարկում է ատենախոսությունում առաջարկվող մեթոդների որոշ կիրառություններ արտարժույթի շուկայի կլաստերիզացիայի և կլաստերների դինամիկայի ուսումնասիրության խնդիրներում: Դիտարկվել է 44 արտարժույթների 01.01.2002 ից մինչև 01.01.2023ը ընկած XDR արտարժույթի նկատմամբ գների ժամանակային շարքեր:

Կլաստերիզացիայի առաջարկվող մեթոդը դիտարկում է ընդհանուր ժամանակահատվածի տարբեր ինտերվալներ որոնց համար կատարվում է կլաստերների թվի ընտրություն և կլաստերիզացիա:

“Summary” բաժնում ամփոփված են ատենախոսության տեսական և կիրառական արդյունքները: Առաջին հավելվածում բերված է արտարժույթի շուկայի կլաստերիզացիայի արդյունքները նկարագրող աղյուսակ:

Խոսելով ատենախոսության մասին ընդհանուր առմամբ, նշենք որ ստացվել են նոր, անչափ հետաքրքիր տեսական և կիրառական արդյունքներ: Ուսումնասիրված հարցերը ինքնին բարդ են և պահանջում են խորը մաթեմատիկական գիտելիքներ: Ատենախոսության հիմնական արդյունքները բերված են հիմնավորված ապացույցներով: Հեղինակը հաղթահարել է լուրջ դժվարություններ:

Ատենախոսությանը գերծ չէ թերություններից, որոնք էական չեն և կրում են խմբագրական բնույթ: Օրինակ՝

- Գրականության ցանկում պահպանված չէ հղումների պատշաճ կարգը: Մասնավորապես, որոշ հղումներում բացակայում են էջերը (ատենախոսությունում [9],[10],[50]),
- Բաժին 3.4ում (էջ 40) հեղինակը քննարկում է ստացված արդյունքների ընդհանրացումը ARIMA պրոցեսների համար, նշելով, որ  $d$  կարգի գնահատման համար կան մի շարք մեթոդներ, առանց հղումներ տրամադրելու:

- Բաժին 4.1.4ում (էջ 48) Adjusted Mutual Information մետրիկայի ընտրությունը պատշաճ կերպով փաստարկված չէ: Մասնավորապես, եթե այդ մետրիկայի ընտրությունը պայմանավորված է միայն պատահական կլաստերիզացիայի նկատմամբ կայունությամբ, ապա կան մի շարք այլ նման մետրիկաներ (սրանց մի մասին հեղինակը անդրադարձել է բաժին 2.3ում), որոնց օգտագործման բացառումը թեզում փաստարկված չէ: Նույն նկատառումը կարելի է անել նաև բաժին 4.2.1ում (էջ 53) Ուիլկոքսոնի տեստի ընտրության վերաբերյալ :
- Թեորեմ 3.1.1 և թեորեմ 3.1.2 ը ճիշտ են միայն այն դեպքում, երբ հայտնի են տվյալներում իրական կլաստերների թիվը: Ատենախոսությունը կշահեր, եթե հեղինակը ուսումնասիրեր այս պայմանի խախտման դեպքում հնարավոր ալգորիթմները և դրանց կայունությունը:

Խոսելով Գարիկ Լևոնի Ադամյանի ատենախոսության մասին ընդհանուր առմամբ, նշենք որ ստացվել են նոր, անչափ հետաքրքիր տեսական և կիրառական արդյունքներ: Ատենախոսության հիմնական արդյունքները բերված են հիմնավորված ապացույցներով: Հեղինակը հանդես է բերել մաթեմատիկական խորը գիտելիքներ և կիրառելով դրանք, կարողացել է հաղթահարել լուրջ դժվարություններ:

Ատենախոսության հիմնական արդյունքները ներառված են հեղինակի երեք հոդվածներում:

Ատենախոսության սեղմագիրը համապատասխանում է հետազոտության բովանդակությանը և արտացոլում հետազոտության հիմնական դրույթներն ու արդյունքները:

Նկատի ունենալով վերը ասվածը, կարծում ենք, որ Գարիկ Լևոնի Ադամյանի Ը.00.08 «Տնտեսության մաթեմատիկական մոդելավորում» ատենախոսությունը լիովին համապատասխանում է Հայաստանի Հանրապետությունում գիտական աստիճանների շնորհման կանոնակարգի 6-րդ և 7-րդ կետերի պահանջներին, իսկ հեղինակն արժանի է Ը.00.08 «Տնտեսության մաթեմատիկական մոդելավորում» մաստազիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը:

Աշխատանքը քննարկվել Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանի (ՀԱՊՀ) Կիրառական մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ֆակուլտետի Մասնագիտա-

կան մաթեմատիկական կրթության (ՄՄԿ) ամբիոնի 2023թ. դեկտեմբերի 12-ի նիստում: Նիստին մասնակցել են Կիրառական մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ֆակուլտետի դեկան ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ի. Վ. Հովհաննիսյանը, Մասնագիտական մաթեմատիկական կրթության ամբիոնի վարիչ՝ ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Ս. Ա. Եպիսկոպոսյանը, ՄՄԿ ամբիոնի աշխատակիցներ՝ ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Ա.Հ. Բաբայանը, ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Հ.Ս. Խոսրովյանը, ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ս.Ա. Հայրապետյանը, ֆ.մ.գ.թ., դոցենտ Ս.Հ. Խաչատրյանը, և ուրիշներ:

Կիրառական մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի

ֆակուլտետի դեկան, ֆ.մ.գ.թ., դոց.

Ի. Վ. Հովհաննիսյան

ՄՄԿ ամբիոնի վարիչ, ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ.

Ս. Ա. Եպիսկոպոսյան

Ստորագրությունները հաստատում են՝

ՀԱՊՀ գիտական քարտուղար Կ. Գ. Թ., դոց.



Գ. Ա. Հովհաննիսյան